

Schriftliche Reifeprüfung aus Mathematik

Beispiel 1 (Anwendungen der Differential- und Integralrechnung) 12 Punkte

Ein im 1.Quadranten liegendes Flächenstück ist begrenzt durch die beiden Kurven

$k_1 : y^2 = 2x - 1$ und $k_2 : y = \frac{1}{4}x + 2$ sowie einer y-Parallelen mit der Gleichung $x=8,5$. Das

Flächenstück bildet den (halben) Querschnitt eines Trinkglases, das bei Rotation des Querschnitts um die x-Achse entsteht. Einheiten in cm.

- Fertige mit Bleistift und Lineal eine exakte Skizze des Querschnitts des Glases an. (Einheit 1cm)
Bestimme die Wandstärke des Glases am oberen Rand, gemessen normal zur Drehachse.
(4 Punkte)
- Berechne die benötigte Glasmenge für die Produktion eines solchen Glases.
Berechne die maximale Füllmenge des Glases.
(5 Punkte)
- In welcher Entfernung vom oberen Rand wäre die Füllmarkierung für $\frac{1}{8}$ l anzubringen?
(3 Punkte)

Beispiel 2 (Wahrscheinlichkeitsrechnung) 12 Punkte

Eine Maschine portioniert das flüssige Glas für die Pressform der Gläser. Da die Maschine nicht exakt arbeitet, sind die Mengen normalverteilt mit dem Mittelwert $\mu=61,5 \text{ cm}^3$ und einer Standardabweichung von $\sigma=1 \text{ cm}^3$. Für einen fehlerfreien Guss eines Glases benötigt man 60 cm^3 Rohglas.

- Wie viel Prozent der Produktion sind fehlerhaft, weil die Maschine weniger als die notwendige Menge an die Presse liefert. Zeichne eine Skizze der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und kommentiere deine Rechenschritte. (3 Punkte)
- Bei wie viel Prozent der Produktion liefert die Maschine mehr als 2 cm^3 nicht notwendigen Überschuss? (2 Punkte)
- Welche Maßnahmen kann der Produzent treffen um den fehlerhaften Anteil der Produktion zu verringern und gleichzeitig Material zu sparen. Welche Bedeutung hat dabei σ und was muss man in der Realität tun um σ zu verkleinern? (1 Punkt)

Die Gläser werden zu je 24 Stück in Schachteln verpackt. Trotz Qualitätskontrolle ist eines von 60 Gläsern in der Auslieferung fehlerhaft.

- Welcher Wahrscheinlichkeitsverteilung unterliegt die Anzahl fehlerhafter Gläser in einer Schachtel? Welche Kriterien müssen erfüllt sein?
Wie groß ist hier der Erwartungswert? (2 Punkte)
- Berechne mit welcher Wahrscheinlichkeit mehr als ein Glas in einer Schachtel fehlerhaft ist.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist kein Glas in der Schachtel fehlerhaft? (3 Punkte)
- Erkläre anhand des Beispiels den Unterschied von diskreten und stetigen Zufallsvariablen. (1 Punkt)

Beispiel 3 (Trigonometrie) 12 Punkte

Um die Länge eines Sees zu bestimmen, werden von einer Position auf einem Berg -welche 634 m über dem See liegt- zu zwei an den Enden des Sees gelegenen Geländepunkten A und B folgende Vermessungen vorgenommen:

Von der Bergspitze aus sieht man A unter dem Tiefenwinkel $\alpha = 22,50^\circ$, und nach Schwenken des Messinstruments um den Horizontalwinkel $\gamma = 77,30^\circ$ den Punkt B unter dem Tiefenwinkel $\beta = 25,70^\circ$. Wie lang ist der See, wenn noch eine Instrumentenhöhe von 1,50 m zu berücksichtigen ist?

- Zeichne eine Skizze der räumlichen Situation mit Beschriftung der verwendeten Größen. (2 Punkte)
- Erkläre unter welchen Voraussetzungen der Sinus-Satz bzw. der Cosinus-Satz bei der Berechnung von Dreiecken angewendet wird. (2 Punkte)
- Berechne den Abstand der Punkte A und B (7 Punkte)
- Wie groß ist die Entfernung der beiden Geländepunkte A und B in eine Karte mit dem Maßstab 1:50 000 einzutragen? (1 Punkt)

Beispiel4 (Analytische Geometrie) 12 Punkte

Die Punkte $A(x_A < 0|15)$, $B(x_B > 0|15)$ und $C(10|y_C < 0)$ liegen auf der Hyperbel $\text{hyp} : x^2 - y^2 = 64$.

- Ermittle die vollständigen Koordinaten von A, B und C und die Halbachsenlängen der Hyperbel! (2 Punkte)
- Berechne die Koordinaten des Höhenschnittpunktes H des Dreiecks ABC und zeige, dass dieser ebenfalls auf der gegebenen Hyperbel liegt (5 Punkte)
- Zeichne die Hyperbel (Asymptoten, Krümmungskreise) und das Dreieck (Einheit 0,5cm) (2 Punkte)
- Berechne den Winkel den die Tangente in A an die Hyperbel, mit der Seite AB des Dreiecks einschließt (3 Punkte)

**Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (TI-30 o.ä. ohne CAS)
Formelsammlung mit WS-Tabellen (Kraft-Bürger)**

Notenschlüssel

Sehr gut	48-44 Punkte
Gut	43-38 Punkte
Befriedigend	37-31 Punkte
Genügend	30-24 Punkte
Nicht genügend	23-0 Punkte